Festa della Matematica

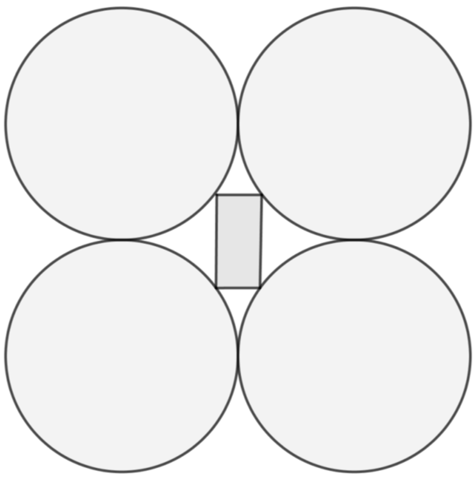
GARA DI MATEMATICA PER IL PUBBLICO

22.esima edizione

PalaSermig Torino

Venerdì 7 marzo 2025

Problema 1 – Architettura regolare **25 punti**

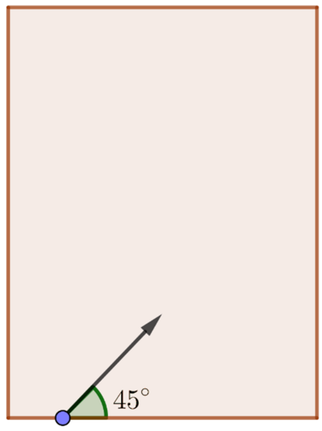


L'architetto Quagiotto ha progettato una piazza costituita da quattro giardini di forma circolare, ognuno di 30 metri di raggio e tangenti tra di loro. Al centro è posizionata una fontana di forma rettangolare con una dimensione doppia dell'altra, come rappresentato in figura. Quanto vale l'area della superficie occupata dalla base della fontana in metri quadrati?

Problema 2 – La pallina instancabile 25 punti

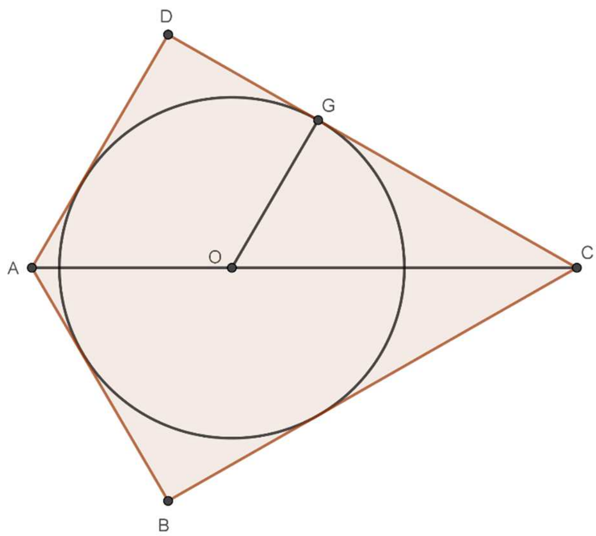
Fabio ha comprato un biliardo con dimensioni, in centimetri, 120×160. Piazza una pallina contro una parete più corta, a distanza 20 *cm* dall'angolo sinistro, e la colpisce, con apposita stecca, con un angolo di 45° rispetto alla parete stessa, come in figura. Quanti segmenti (che vanno da una sponda all'altra) percorre la pallina per ritornare al punto di partenza? Considerare le palline puntiformi.

Rispondere 0000 se si ritiene che la pallina non possa ritornare al punto in cui è stata colpita.



Problema 3 – Losanga 30 punti

Consideriamo la losanga ABCD in figura. Si sa che la circonferenza inscritta ha raggio OG lungo 4 e il segmento OC lungo 8. Calcolare la lunghezza di OA sapendo che gli angoli in B e in D sono retti. Porre, se necessario, $\sqrt{3} = 1{,}732$. Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre significative del risultato omettendo l'eventuale virgola.



Problema 4 – Cavalieri che partono, cavalieri che restano 35 punti

Re Artù deve scegliere quanti dei suoi 2023 cavalieri partiranno per uccidere il malvagio drago Zibaldo; si siedono quindi tutti (2024) in cerchio: Re Artù ovviamente resta, mentre il cavaliere alla sua sinistra partirà e quindi si alza e si allontana; il successivo resta mentre il successivo ancora si alza e si prepara a partire. E così via sino a quando non toccherebbe a Re Artù partire; a quel punto la selezione si ferma. In quanti (compreso Artù) resteranno a difendere il castello di Camelot?

Problema 5 – Che stipendi! 35 punti

Malvus e Arvel vengono assunti lo stesso giorno da Caronte per aiutarlo a traghettare le anime. Lo stipendio di Malvus è 100 stigetti il primo mese e aumenta di 100 stigetti ogni mese. Quello di Arvel è di 1 stigetto il primo mese e raddoppia ogni mese. Nel primo mese in cui il guadagno totale (dal primo giorno di lavoro fino a quel momento) di Arvel avrà superato il guadagno totale di Malvus, quanto sarà la differenza fra i due guadagni?

Problema 6 – Gallina matematica 35 punti

Una gallina si trova davanti a un mucchio di 2025 uova che si mette a contare uno per uno. Ogni volta che ha contato quattro uova, che mette da parte nel mucchio delle uova già contate, ne depone uno nuovo nel mucchio delle uova ancora da contare. Alla fine, quante uova avrà contato?

Problema 7 – La tavolata della moda 40 punti

Il cameriere Antonio sta servendo un tavolo al quale sono seduti in cerchio 2025 grandi industriali della moda. Antonio sa che nell'industria della moda ci sono due scuole di pensiero: mentire sempre oppure dire sempre la verità. Ciascun industriale afferma: "Esattamente una delle due persone sedute al mio fianco appartiene alla mia stessa scuola di pensiero".

Antonio tra sé sorride ed è sicuro che non tutti sono mentitori: non sa quali persone hanno mentito, ma sa il loro numero. Qual è?

Problema 8 – Cerchi su cerchi 45 punti

Paolo disegna tre circonferenze di raggio 100, ciascuna tangente alle altre due. Sara traccia poi due diverse circonferenze, entrambe tangenti a tutte e tre le circonferenze di Paolo.

Paolo allora dice: “Sara, ti sei accorta? Il prodotto dei raggi delle tue due circonferenze è …” [Trascurare le tre cifre decimali nella risposta].

Problema 9 – Quadrato “Dismagico” 45 punti

Quello che vedete è una parte di un quadrato magico un po’ particolare, perché contiene soltanto numeri dispari.

- Il quadrato deve essere riempito con i primi 16 numeri dispari;
- La somma di ogni riga, colonna e diagonale deve essere la stessa;
- Non è possibile ripetere numeri.

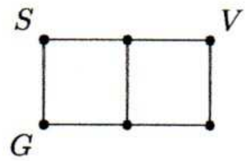
Potete completarlo?

31	_	_	25
_	21	_	_
_	_	11	_
7	_	_	_

Indicate nella risposta le cifre consecutive dei due numeri che servono a completare la prima colonna (dall’alto in basso).

Problema 10 – Attenti alla scimmia 45 punti

Una scimmia è fuggita dalla sua gabbia, posta in *S* (vedi figura sotto), e si muove a caso lungo le strade: ogni volta che ad uno dei 6 incroci sceglie a caso una strada e la percorre fino a raggiungere un altro incrocio (la scimmia non brilla di spirito, quindi può anche ritornare indietro lungo una strada appena percorsa).

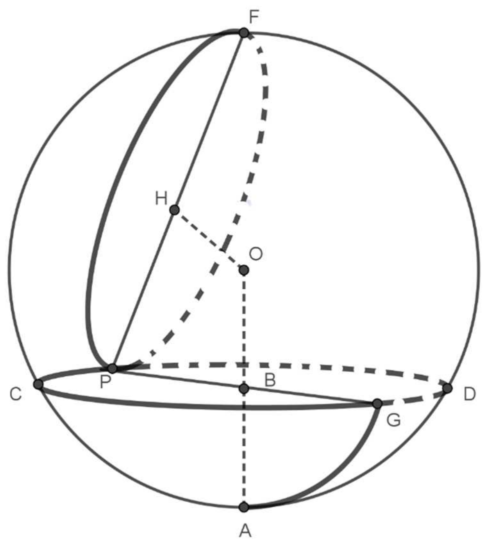


Calcolare la probabilità la scimmia raggiunga il giovane fermo in *G* prima della vecchietta ferma in *V*.

Fornire come risposta la somma *n*+*d* del numeratore e del denominatore della frazione *p* = *n*/*d* ridotta ai minimi termini.

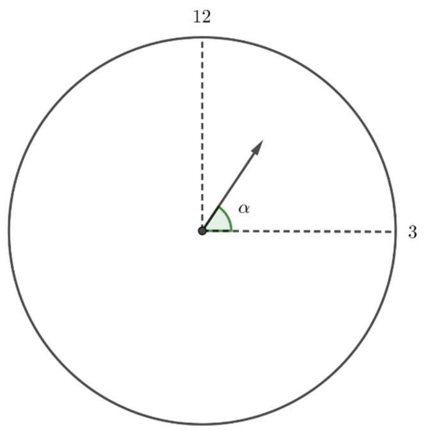
Problema 11 – Formica alla sfera 50 punti

Una formichina, partendo dal "Polo Sud" di una sfera di raggio 2 (punto A in figura rappresentativa), raggiunge il "Polo Nord" (punto F) compiendo il seguente cammino. Da A descrive un arco di circonferenza fino ad incontrare, in G, il "parallelo" il cui centro dista 1 dal centro O della sfera. Percorre quindi metà del suddetto parallelo (arrivando in P da figura), infine mezza circonferenza, da P a F (PF diametro), di centro H. Quanto è lungo il percorso della formichina? Dare come risposta il numero composto dalle prime quattro cifre significative del risultato in cui si è omessa la virgola. Porre, nel caso, $\pi = 3{,}1416$ e $\sqrt{3} = 1{,}732$.



Problema 12 – L’orologio in prospettiva 50 punti

Marco guarda il suo orologio da polso (un orologio comune, a quadrante circolare). Lo osserva in una posizione tale per cui il diametro verticale è dimezzato, mentre quello orizzontale è fisso. La lancetta delle ore è lunga 2 *cm* (vista frontalmente). Marco la vede sotto un angolo α (misurato in senso antiorario a partire dalle ore 3) tale per cui $tg\alpha = \sqrt{2}$, come indicato in figura. Quanto misura (in *cm*), per Marco, la suddetta lancetta? (Si ragioni tramite proiezioni ortogonali). Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre significative del risultato omettendo l’eventuale virgola.



Problema 13 – Caso 2025 per l’ispettore di M. Smullyan 55 punti

In un caso di furto sono coinvolti quattro imputati, A, B, C, D. Vengono accertati i seguenti quattro fatti:

1) Se A è colpevole allora B fu suo complice.
2) Se B e D sono colpevoli, allora C è innocente.
3) Se D è colpevole, allora o C fu suo complice oppure A è innocente.
4) Se almeno uno fra A e C è colpevole, allora B è innocente.

Alla luce dei suddetti fatti, calcolare la probabilità P(D) che D sia colpevole.

Si ipotizzi l’equiprobabilità degli eventi elementari che verranno individuati.

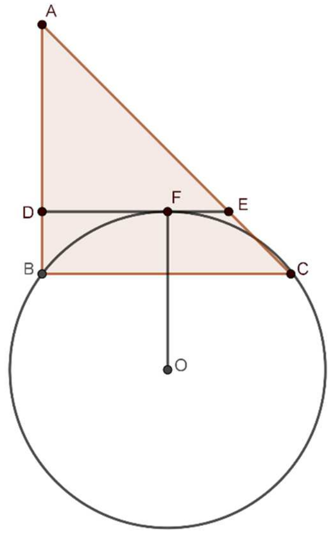
Dare come risposta la parte intera di $1000 \times P(D)$.

Problema 14 – Problema di Claudio 55 punti

Claudio ama molto la matematica e soprattutto la geometria. Si è posto questo problema.

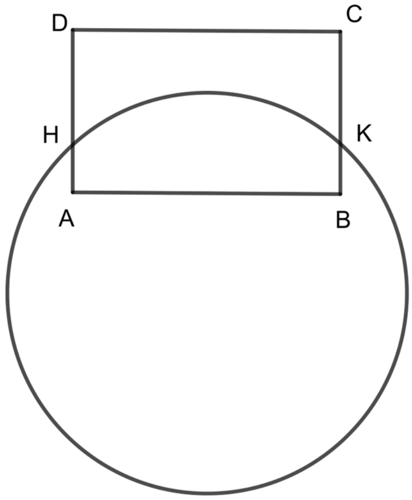
Si abbia un triangolo rettangolo isoscele ABC di cateto 12 (vedi figura). Si tracci il segmento DE parallelo a BC con $\overline{AD} = 9$. Si consideri la circonferenza passante per B e C e tangente a DE in F. Calcolare il raggio della suddetta circonferenza (in figura FO).

Dare come risposta il numero composto dalle prime quattro cifre significative del risultato omettendo l'eventuale virgola.



Problema 15 – Un problema di equilibrio 60 punti

Abbiamo un rettangolo ABCD. La base AB è lunga 8 e l'altezza AD è lunga 5. Una circonferenza di raggio lungo 6 taglia il rettangolo in H e K, rispettivamente su AD e su BC, come da figura. Risulta pure $AH \cong BK$. Sapendo che l'arco di circonferenza HK divide il rettangolo in due parti di uguale area, calcolare la lunghezza di AH. Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale (ad ogni passaggio) e porre $\pi = 3{,}1416$. Dare come risposta le prime quattro cifre del risultato omettendo la virgola.



Problema 16 – La settimana del Miché 65 punti

Miché ha inventato una propria versione del gioco della settimana: ha disegnato per terra 11 caselle consecutive e ha stabilito che per andare dalla prima all'ultima può (a) fare un passo da una casella alla successiva, (b) fare un balzo, saltando una casella, o (c) fare una capriola poggiando le mani sulla casella successiva e atterrando con i piedi in quella ancora successiva.

Miché ha inoltre stabilito che ogni turno di gioco deve iniziare dalla prima e finire nell'ultima casella (senza superarla), che ogni turno deve essere diverso da tutti gli altri (cioè con una diversa sequenza di passi, balzi e capriole) e che il gioco finisce solo quando sono esauriti tutti i turni possibili.

Quanti turni dura il gioco della settimana di Miché?

Problema 17 – Un soldo dopo l'altro 65 punti

Luigi ha iniziato a scommettere. Le scommesse sono sempre uguali: deve pagare 1 soldo poi, con uguale probabilità, può vincere la scommessa e ricevere 2 soldi oppure può perdere la scommessa e non ricevere nulla.

Il tempo se ne va e Luigi continua a scommettere: si fermerà soltanto quando avrà 2025 soldi oppure quando sarà rimasto senza alcun soldo.

Se inizia con 1 soldo, qual è la probabilità che rimanga senza soldi?

Fornire come risposta la somma $n + d$ del numeratore e del denominatore della frazione $p = n/d$ ridotta ai minimi termini.

Problema 18 – Fattoriali ed esponenti 65 punti

Trovare il massimo esponente n tale che 2025^n sia un divisore di 2024!

Problema 19 – Calcolo enigmatico 2025 **70 punti**

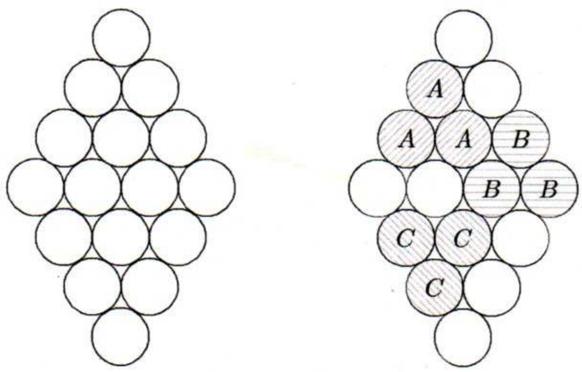
ABCDE	−	BCA	=	ABAAD
×		:		+
CC	×	F	=	BCA
DGFCHE	:	CC	=	ABCDE

A lettera uguale corrisponde cifra uguale (e a lettera diversa cifra diversa).
La prima cifra non è mai lo zero (come semplicità comanda).
Quale numero corrisponde alla stringa AFGB?

Problema 20 – Il rombo no **75 punti**

Renato ha posizionato 2025 monete identiche a formare un rombo, come in figura (ma in figura ci sono solo 16 monete).

Vuole ora formare dei gruppi di tre monete, come in figura, in maniera che ogni moneta di un gruppo sia adiacente alle altre due e che ogni moneta appartenga al più ad un gruppo. Alcune monete potranno non appartenere ad alcun gruppo.



Quanti gruppi potrà formare al massimo?